GLOSSARIO

Algebrico

Numero algebrico è un numero soluzione di un'equazione P(x)=0 dove P(x) è un polinomio in x a coefficienti razionali relativi.

Algoritmo

Procedimento di calcolo, finito e non ambiguo, tale da poter essere codificato in linguaggio di programmazione.

Analisi infinitesimale

Branca della matematica che, partendo dal concetto di limite, studia le funzioni e le loro proprietà.

Antisimmetrica

Proprietà antisimmetrica: se a è in relazione con b e b è in relazione con a allora a e b sono uguali, oppure la sua contronominale: se a e b sono diversi ed a è in relazione con b, allora b non è in relazione con a.

Aperto

Intervallo aperto: sottoinsieme di R del tipo a<x
b, cioè che non include nessuno degli estremi dell'intervallo stesso. In generale, un insieme è aperto quando per ogni suo punto esiste un intorno tutto contenuto nell'insieme stesso.

Appartiene

Il simbolo ∈ si legge appartiene ed è usato per indicare che un oggetto è elemento di un insieme.

Per negare questo predicato si utilizza la seguente scrittura: $x \notin X$ che si legge "x non appartiene ad X".

Area

Misura della porzione di superficie delimitata da un particolare contorno.

Asintoto

Una retta costituisce un asintoto per una curva se è possibile determinare dei punti della curva per i quali la distanza dalla retta si può rendere minore di un qualunque numero positivo, arbitrariamente piccolo.

Assioma

Proposizione che si assume come vera senza dimostrazione; ad esempio "per due punti distinti passa una e una sola retta". Oggi il termine assioma è utilizzato come sinonimo di postulato. In Euclide invece il termine postulato è specifico della geometria, mentre con assioma si indica una proprietà non dimostrata che riguarda tutte le discipline: per esempio "il tutto è maggiore della parte".

Associativa

Dato un insieme S in cui è definita un' operazione *, si dice che vale la proprietà associativa dell'operazione * nell'insieme S se, per ogni terna di elementi a,b,c di S si ha: (a*b)*c=a*(b*c).

Assoluto

Dato il numero reale x si dice valore assoluto di x, e si indica col simbolo |x|, il numero stesso se questo è positivo o nullo, il suo opposto se esso è negativo. Le proprietà fondamentali del valore assoluto sono le seguenti:

$$\begin{aligned} |x| &\ge 0 \ \forall x \in R \quad |x| = 0 \text{ se e solo se } x = 0 \\ |a| - |b| &\le |a + b| \le |a| + |b| \quad \forall a,b \in R \\ ||a| - |b|| &\le |a - b| \quad \forall a,b \in R \\ x_1 &> x_2 \Rightarrow |x_1| &> |x_2| \quad \text{se} \quad x_1, x_2 &> 0 \\ x_1 &> x_2 \Rightarrow |x_1| &< |x_2| \quad \text{se} \quad x_1, x_2 &< 0 \end{aligned}$$

Assurdo

Dimostrazione per assurdo: tecnica per dimostrare che consiste nel negare la tesi e nel far vedere che ne consegue una contraddizione o con l'ipotesi o con un postulato o con un teorema precedentemente dimostrato.

Baricentro

E' il centro di massa.

Binomiale

Coefficiente binomiale è il simbolo $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{n!}$ che compare nello

sviluppo della potenza di un binomio. Il simbolo $\binom{n}{k}$ indica le combinazioni di n elementi a classi di k.

Binomio

Polinomio costituito da due monomi.

Teorema del binomio:
$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Convesso

Un dominio T si dice convesso se, dati due punti qualsiasi A e B in T, tutto il segmento AB è contenuto in T.

Coordinate polari

Le $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$ definiscono una trasformazione biunivoca tra la striscia A del piano (r, \theta) definita

dalle limitazioni r>0, $0 < \theta < 2\pi$ e il campo B dato dal piano xy.

Chiuso

Un insieme è chiuso rispetto ad una operazione * se, comunque si prendano due elementi a e b di tale insieme, il risultato dell'operazione a*b è ancora un elemento di tale insieme.

Insieme chiuso: se il suo complementare è un aperto, cioè se tutti i suoi punti di accumulazione gli appartengono.

Codominio

Data una funzione y=f(x), definita in un insieme I e a valori in un insieme A si chiama codominio il sottoinsieme di A costituito dagli elementi di A che hanno almeno una controimmagine in I.

Coefficiente

Parte numerica che è moltiplicata per una parte letterale.

Coimplicazione

Operazione logica. Date due proposizione p e q , $p \Leftrightarrow q$ è vera quando p e q sono entrambe vere o entrambe false. Come operazione logica è equivalente all'enunciato se e solo se .

Combinazioni

Combinazioni semplici: dati n elementi, si dicono combinazioni semplici di classe k (con $k \in N$, $k \le n$) tutti i sottoinsiemi di k elementi che si possono formare con gli elementi dati, senza ripetizioni e senza considerare l'ordine con il quale gli elementi compaiono nei sottoinsiemi.

Il numero delle combinazioni semplici si indica con $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Combinazioni con ripetizione: dati n elementi, si dicono combinazioni con ripetizione di classe k (con $k \in N$) tutti i sottoinsiemi di k elementi che si possono formare con gli elementi dati, senza considerare l'ordine con il quale gli elementi compaiono nei sottoinsiemi.

Il numero delle combinazioni con ripetizione è dato da $\binom{n+k-1}{k}$.

Commensurabili

Si dicono commensurabili due grandezze omogenee che ammettono qualche sottomultiplo comune. Il rapporto fra due grandezze commensurabili è un numero razionale.

Commutativa

Definita un'operazione * in un insieme I si dice che l'operazione gode della proprietà commutativa se a*b = b*a per ogni a,b appartenenti ad esse.

Complementare

Insieme complementare: dato un insieme I e un suo sottoinsieme A si definisce insieme complementare di A rispetto ad I l'insieme I - A.

Concava

Figura concava: figura in cui esistono due punti interni che possono essere congiunti con un segmento non completamente contenuto nella figura stessa.

Confronto

In senso generico si possono confrontare due numeri reali o due figure: confrontare due numeri reali vuol dire stabilire se sono uguali o quali di essi è il maggiore, confrontare due figure vuol dire stabilire se sono congruenti o quale delle due ha estensione maggiore.

Conica

Curva ottenuta intersecando un cono indefinito a due falde con un piano non passante per il suo vertice.

L'equazione di una conica è un'equazione di secondo grado: $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ con a,b,c non contemporaneamente nulli. Si dice degenere se la sua equazione può essere scomposta in fattori di primo grado.

In una conica non degenere detto $\Delta = b^2 - 4ac$ se è:

 Δ < 0 si tratta di una ellisse o di una circonferenza come caso particolare

 $\Delta = 0$ si tratta di una parabola

 $\Delta > 0$ si tratta di un'iperbole

Connettivo

In logica si chiamano connettivi proposizionali i termini: non (negazione), e (congiunzione), o (nel senso di vel), o (nel senso di aut), implica, coimplica (o equivale). Tali termini servono a collegare ("connettere") proposizioni elementari.

Contronominale

Data la proposizione composta $p \rightarrow q$ si chiama sua contronominale la proposizione $\neg q \rightarrow \neg p$ (il simbolo \neg indica la negazione non). Se la proposizione è vera è vera anche la sua contronominale.

Convessa

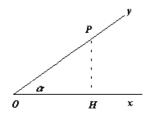
Figura convessa: figura in cui, presi comunque due punti interni, il segmento che li congiunge è interamente contenuto nella figura stessa.

Corollario

Si definisce corollario di un teorema una sua conseguenza immediata.

Cosecante

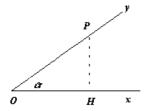
Dato un angolo orientato xOy, descritto dal raggio vettore Oy rispetto alla semiretta origine Ox, si definisce cosecante il rapporto costante tra la distanza di un punto qualunque P di Oy da O e la distanza di P dalla retta Ox.



Quindi è:
$$\csc\alpha = OP/PH$$
 ed è $\csc\alpha = \frac{1}{sen\alpha}$.

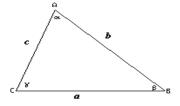
Coseno

Dato un angolo orientato xOy, descritto dal raggio vettore Oy rispetto alla semiretta origine Ox, si definisce coseno il rapporto costante tra la distanza di H proiezione su Ox di un punto qualunque P di Oy e la distanza di P da O.



Quindi è: $\cos\alpha = OH/OP$.

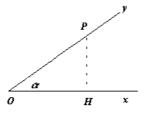
Teorema del coseno: in un triangolo qualsiasi è:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha.$$

Cotangente

Dato un angolo orientato xOy, descritto dal raggio vettore Oy rispetto alla semiretta origine Ox, si definisce cotangente il rapporto costante tra la distanza della proiezione H di un punto qualunque P di Oy da O e la distanza di P da H.



Si indica con $\cot \alpha$ ed è $\cot \alpha = OH/PH$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sec n \alpha} = \frac{1}{tg\alpha}$$
.

Decimale

Numero decimale: numero non intero, costituito da una parte intera che precede la virgola, dalla virgola e da una parte che segue la virgola detta mantissa.

Definizione

Frase a volte esprimibile anche con formule matematiche, che descrive in modo univoco, non ambiguo, un oggetto matematico, partendo da grandezze o enti già noti.

Una definizione è ben formata se :

- l'insieme formato dai nuovi enti definiti non deve essere vuoto

- nell'insieme universo ci deve essere qualche elemento che non gode della proprietà oggetto della definizione.

Degenere

Caso che verifica solo formalmente una definizione generale, ma rappresenta un caso estremo.

Denso

Un insieme ordinato I si dice denso se per ogni coppia a, b di elementi di I, con a
b, tra a e b vi è sempre almeno un elemento di I.

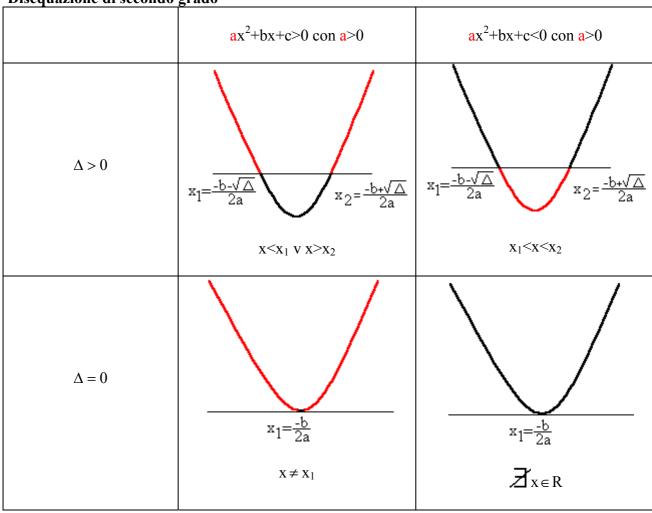
Un sottoinsieme X di I si dice denso in I se per ogni coppia a, b di elementi di I, con a
b, tra a e b vi è sempre almeno un elemento di X.

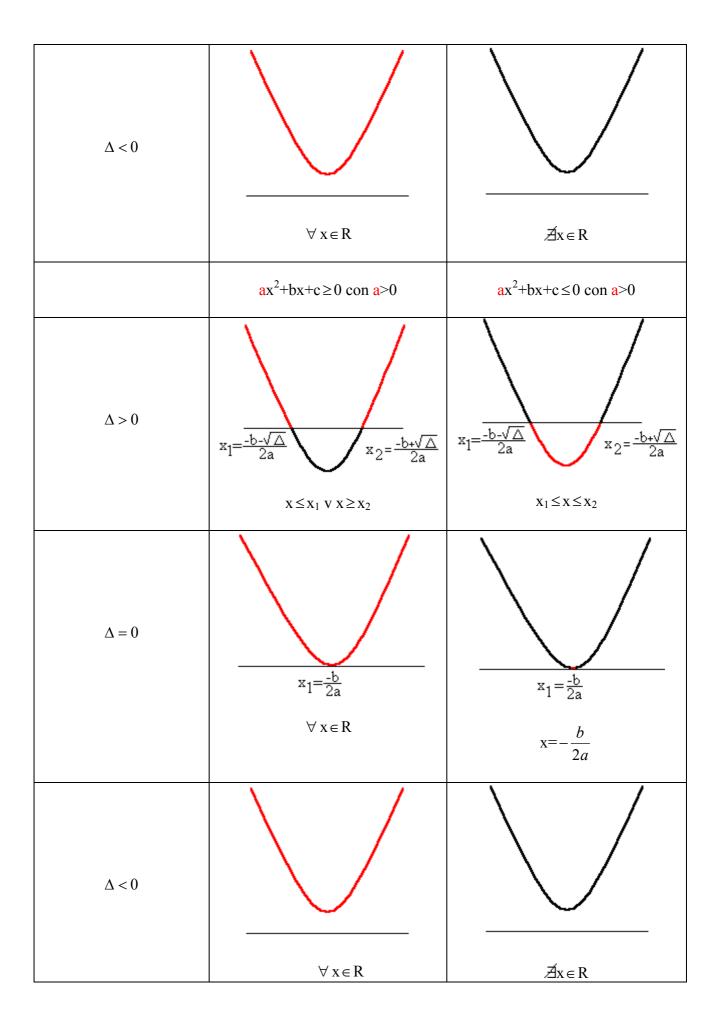
Discreto

Un insieme A si dice discreto se per ogni suo elemento esiste almeno un intorno (definito in un altro insieme) in cui non cadono elementi di A.

Gli insiemi N e Z dei numeri naturali e dei numeri interi relativi sono insiemi discreti.

Disequazione di secondo grado





Disgiunti

Due insiemi si dicono disgiunti se hanno intersezione vuota.

Disgiunzione

Operazione logica ottenuta dall'uso del connettivo VEL (o inclusivo).

Dispari

Numero dispari: un numero intero positivo si dice dispari se diviso per due ha resto diverso da zero. Funzione dispari: una funzione y=f(x) di dominio A si dice dispari se, per ogni x di A, anche -x appartiene ad A e si ha f(-x)=-f(x).

Le funzioni dispari hanno grafico simmetrico rispetto all'origine degli assi.

Disposizione

Disposizioni semplici di n elementi di classe k, con k non maggiore di n, tutti i possibili raggruppamenti che si ottengono prendendo k elementi diversi fra gli n assegnati, considerando distinti due gruppi se differiscono o per la composizione del raggruppamento o per l'ordine degli elementi che lo compongono.

Il numero delle disposizioni di n elementi di classe k si indica con $D_{n,k}$.

Si ha $D_{n,k}=n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$ (prodotto di k fattori decrescenti a partire da n).

Disposizioni con ripetizione: si chiamano disposizioni con ripetizione con n elementi di classe k (con k minore, uguale o maggiore di n) tutti i possibili raggruppamenti che si ottengono prendendo k elementi, distinti o no, fra gli n assegnati, considerando diversi due gruppi che differiscono o per la composizione del raggruppamento o per l'ordine degli elementi. Il numero delle disposizioni con ripetizione di n elementi di classe k si indica col simbolo $D^*_{n,k}$. Si ha $D^*_{n,k}$ = n^k .

Distributiva

Proprietà distributiva: date due operazioni: * e o definite sugli elementi di un insieme I, si dice che vale la proprietà distributiva di * rispetto a o se per ogni terna di elementi a, b, c apparteneti ad I si ha: $a * (b \circ c) = (a * b) \circ (a * c)$

Dominio

Un insieme I di punti che sia chiuso e tale per cui per ogni punto di I in ogni suo intorno cadono infiniti punti interni ad I.

Dominio di una funzione è il suo campo di esistenza.

e

Si indica con e il numero trascendente e=2,7182818459...

Eccentricità

In una conica si chiama eccentricità il rapporto costante tra la distanza di un punto della conica da un fuoco e la distanza della direttrice relativa a quel fuoco. Le coniche quindi possono essere definite come luogo dei punti del piano per i quali tale eccentricità è appunto costante.

Se l'eccentricità è minore di uno si ha una ellisse o come caso particolare una circonferenza.

Se l'eccentricità è uguale ad uno si ha la parabola.

Se l'eccentricità è maggiore di uno si ottiene l'iperbole.

Elemento

Termine primitivo utilizzato per definire un membro di un insieme.

Ellisse

Luogo dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti fuochi. A tale costante si da il valore 2a.

La sua equazione è:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Dove a e b sono detti semiassi, c semidistanza focale, e vale che $c^2 = a^2 - b^2$ nel caso in cui a>b oppure $c^2 = b^2 - a^2$ nel caso in cui b>a.

L'area delimitata dall'ellisse è data da $S = \pi ab$.

Equazione

Uguaglianza tra due espressioni una almeno delle quali contenente una o più incognite, soddisfatta per particolari valori assegnati alle incognite, dette soluzioni dell'equazione.

Nel caso di equazioni algebriche a coefficienti interi si ha che:

un'equazione di secondo grado ha equazione ridotta a forma normale $ax^2 + bx + c = 0$ e la sua formula risolutiva è:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Se però b è pari si ha la seguente formula detta formula ridotta:

$$x = \frac{-b/2 \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}$$

Per le equazioni di terzo e quarto grado esistono formule risolutive molto laboriose, mentre è stato dimostrato che non esistono formule risolutive per le equazioni di grado superiore al quarto.

Teorema fondamentale dell'algebra: un'equazione algebrica di grado n in C ha nel campo dei numeri complessi n radici, se ognuna è contata esattamente tante volte quanto indica la sua molteplicità.

Ogni equazione che ammette una soluzione complessa ammette anche la sua coniugata.

Quindi un'equazione di grado dispari ammette almeno una soluzione reale, mentre un'equazione di grado pari può non avere soluzioni reali.

Equazione di secondo grado

Si dice **equazione di secondo grado** nell'incognita *x* ogni equazione del tipo:

$$a x^2 + b x + c = 0.$$

La soluzione si ottiene con i seguenti passaggi:

$$x^{2} + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^{2} + 2\frac{b}{2a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^{2} + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^{2}}{4a^{2}} = -\frac{c}{a} + \frac{b^{2}}{4a^{2}}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^{2} = \frac{b^{2}}{4a^{2}} - \frac{c}{a}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^{2} - 4ac}{4a^{2}}}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a}$$

Discussione di una equazione di secondo grado:

$$a \neq 0 \text{ e } b^2 - 4ac > 0$$

se e solo se l'equazione ammette due soluzioni reali e distinte

$$a \neq 0 \text{ e } b^2 - 4ac = 0$$

se e solo se l'equazione ammette due soluzioni reali coincidenti

$$a \neq 0 \text{ e } b^2 - 4ac < 0$$

se e solo se l'equazione ammette due soluzioni complesse e coniugate, pertanto non ammette in questo caso soluzioni reali

Relazioni fra le soluzioni e i coefficienti dell'equazione $a x^2 + b x + c = 0$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

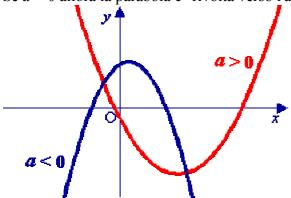
Interpretazione grafica della risoluzione di un'equazione di secondo grado

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{con } a \neq 0$$

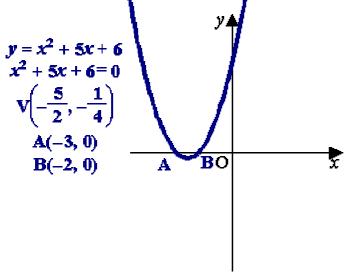
ha come rappresentazione grafica la parabola con asse parallelo all'asse y, e vertice V di coordinate:

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

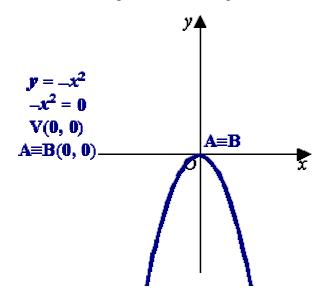
Se a < 0 allora la parabola è "rivolta verso il basso" Se a > 0 allora la parabola è "rivolta verso l'alto"



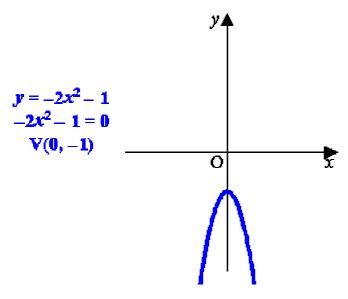
Se $b^2 - 4ac > 0$ la parabola $y = ax^2 + bx + c$ interseca l'asse delle ascisse nei punti A(x₁, 0), B(x₂, 0) con x₁, x₂ soluzioni dell'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$



Se $b^2 - 4ac = 0$ la parabola $y = ax^2 + bx + c$ è tangente all'asse delle ascisse nel punto A(x_1 , 0) con x_1 soluzione con molteplicità due dell'equazione di secondo grado $ax^2 + bx + c = 0$



Se $b^2 - 4ac < 0$ la parabola $y = ax^2 + bx + c$ non interseca l'asse delle ascisse



Equivalenti

Due equazioni o disequazioni si dicono equivalenti se ammettono le stesse soluzioni. Due elementi di un insieme si dicono equivalenti se appartengono alla stessa classe di equivalenza.

Equivalenza

Una relazione binaria definita in un insieme I si dice di equivalenza se gode delle proprietà riflessiva, simmetrica e transitiva.

Esponenziale

Funzione esponenziale: funzione trascendente di equazione $y = a^x con a \ne 1$ ed a>0. Il suo campo di esistenza è tutto R, mentre l'insieme immagine è R⁺.

Per a>1 la funzione è strettamente crescente, mentre per 0<a<1 è strettamente decrescente.

Nel caso particolare di a = e (si indica con e il numero trascendente e=2,7182818459....) si ha la funzione esponenziale $y = e^x$.

Notazione esponenziale: notazione scientifica, in cui un numero viene rappresentato nella forma $N = a * 10^k$ con $k \in Z$ e 0 < a < 1. A è detto mantissa mentre k caratteristica.

Espressione

Insieme di numeri e lettere legati tra loro da segni di operazioni.

Esterno

Un punto si dice esterno rispetto ad un insieme I se esiste almeno un suo intorno che non contiene elementi di I.

Fascio

In geometria euclidea si dice fascio di rette con centro proprio C l'insieme di tutte le rette di un piano passanti per uno stesso punto C, detto centro del fascio. Si dice fascio di rette improprio l'insieme di tutte le infinite rette che hanno la stessa direzione, ovvero l'insieme di tutte le rette parallele ad una retta data (si ricordi quindi che hanno in comune un punto improprio).

In geometria analitica si ottiene un fascio date due rette r ed s rispettivamente di equazione ax+by+c=0 e a'x+b'y+c=0, dalla combinazione lineare:

$$(*) h(ax+by+c)+l(a'x+b'y+c')=0$$

con h ed l non contemporaneamente nulli.. Alle rette r ed s si dà il nome di generatrici del fascio.

Ponendo $l\neq 0$ e utilizzando il parametro k=h/l l'equazione del fascio di rette diventa: k(ax+by+c)+a'x+b'y+c'=0 che contiene tutte le rette del fascio tranne la ax+by+c=0 che non si ottiene per nessun valore di K.

Fascio di circonferenze: l'insieme di tutte le circonferenze che hanno un medesimo centro o che hanno un dato asse radicale. Si chiamano punti base di un fascio di circonferenze i punti comuni a tutte le circonferenze del fascio. Un fascio di circonferenze può avere due punti base (distinti o coincidenti) o nessun punto base.

Si chiama equazione di un fascio di circonferenze non concentriche l'equazione:

(1)
$$h(x^2+y^2+ax+by+c)+l(x^2+y^2+a'x+b'y+c')=0$$
 oppure $x^2+y^2+ax+by+c+k(x^2+y^2+a'x+b'y+c')=0$

Fattoriale

Si definisce fattoriale di n e si scrive n! il prodotto n'(n-1)'(n-2)......2'1 di tutti gli n numeri decrescenti a partire da n.

Finito

Che ha termine. Un insieme si dice finito se e solo se non è equipotente a nessun sottoinsieme proprio di sé stesso.

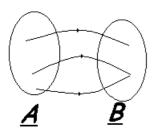
Focale

Asse focale: asse di simmetria di una conica che contiene i fuochi della conica stessa.

Distanza focale: in una conica distanza fra un fuoco e il centro della conica, di solito indicata con la lettera *c*

Funzione:

Fissati due insiemi non vuoti e non necessariamente distinti, A e B, si dice che è data una funzione f, da A in B se è assegnata una "regola" che ad ogni elemento dell'insieme A fa corrispondere uno ed un solo elemento appartenente all'insieme B.



L'insieme A si dice dominio della funzione, l'insieme B si dice insieme immagine.

Se x è un qualsiasi elemento dell'insieme $A \operatorname{con} f(x)$ si indica l'elemento che per la f corrisponde a x; f(x) si chiama immagine di x in B; se y è un elemento di B, l'elemento x tale che y=f(x) si dice controimmagine di y in A.

Fuoco

Si chiama fuoco di una conica un punto F del suo piano tale che per ogni punto P della conica sia costante il rapporto fra la distanza di P da F e da una retta fissa detta direttrice associata ad F. L'ellisse e l'iperbole hanno due fuochi. La circonferenza ha due fuochi coincidenti con il centro della circonferenza (la direttrice è una retta non reale); la parabola ha un solo fuoco.

Goniometria

Parte della matematica che si occupa della misurazione degli angoli, costituita in particolare dalla definizione delle funzioni angolari (seno, coseno, tangente, cotangente, secante, cosecante) dalla ricerca della loro proprietà e delle relazioni che intercorrono tra di esse. *Relazioni fondamentali della goniometria sono:*

$$sen^{2} x + cos^{2} x = 1$$

$$tgx = \frac{sen x}{cos x}$$

$$cot gx = \frac{cos x}{sen x}$$

$$sec x = \frac{1}{cos x}$$

$$cos ecx = \frac{1}{sen x}$$

Goniometrica (circonferenza)

circonferenza avente centro nell'origine e raggio l'unità. La sua equazione è: $x^2 + y^2 = 1$.

Grado

Si dice grado di un monomio la somma degli esponenti delle lettere che lo compongono. Si dice grado di un polinomio il massimo dei gradi dei monomi che lo costituiscono. Data un equazione P(x) = 0 dove P(x) è un polinomio in x, si chiama grado dell'equazione il grado del polinomio P. Non si dà, invece, una definizione di grado per le equazioni non algebriche. Si chiama grado di un sistema composto da equazioni algebriche il prodotto dei gradi delle equazioni che compongono il sistema.

Grafico

Grafico di una funzione: Data una funzione y=f(x) si chiama grafico il luogo dei punti P(x,f(x)), con x appartenente al campo di esistenza, in un piano cartesiano ortogonale.